

# Aproximácia vzťahu medzi odporom a teplotou Pt snímača

Ing. Leoš Vyskočil

*Slovenský metrologický ústav*

## Úvod

Jedným z najpoužívanějších spôsobov kontaktného merania teploty je využitie teplotnej závislosti odporu rôznych kovových materiálov [4]. Najčastejšie používaným materiálom pri presných meraniach teploty je platina. Za bežných podmienok nepodlieha oxidácii a dá sa vyrobiť vo vysokom stupni čistoty. Teplotný koeficient čistej Pt sa blíži hodnote  $0,004 \text{ K}^{-1}$ .

O vhodnosti Pt ako snímača pri meraní teploty svedčí aj fakt, že práve Pt snímač bol vybraný ako interpolačný nástroj pre primárne meranie teploty v rámci medzinárodnej teplotnej stupnice ITS-90 [1]. Medzi pevnými teplotnými bodmi, ktoré predstavujú fyzikálne konštanty rôznych materiálových sústav (teplota topenia, teplota tuhnutia, trojitý bod...) a hodnotami odporu pri týchto teplotách je preložená sústava interpolačných vzťahov. Pomocou nich je možné zo zmeraného odporu Pt snímača vypočítať hodnotu teploty. Tento spôsob merania teploty vyžaduje pomerne veľké nároky ako na čas, tak aj na prístrojové vybavenie. Využívajú ho hlavne Národné metrologické inštitúcie, prípadne špeciálne pracoviská, kde sú nároky na presnosť merania teploty zvlášť vysoké.

## Platinové odporové snímače

Na meranie teploty je možné použiť celú škálu rôznych kovových materiálov vo funkcii odporových snímačov teploty [4]. V tomto článku sa obmedzíme iba na snímače vyrobené z platiny. Pre výborné fyzikálne a chemické vlastnosti sa Pt snímače vo veľkej miere využívajú aj v priemyselnom meradle. Používa sa tu však platina nižšej čistoty, čo sa odráža na nižšej hodnote teplotného koeficienta. Podľa kvality materiálu snímača sa delia [9] na tzv. SPRT (*Standard Platinum Resistance Thermometer*) s teplotným koeficientom vyšším ako  $0,00392 \text{ K}^{-1}$  a na IPRT (*Industrial Platinum Resistance Thermometer*) s teplotným koeficientom nižším ako  $0,00392 \text{ K}^{-1}$ . Snímače SPRT sa používajú na najpresnejšie meranie teploty ako interpolačné nástroje teplotnej stupnice ITS-90. Teplotné chovanie snímačov zaradených do kategórie IPRT je popísané v norme [3]. Pre teploty nižšie, ako  $0 \text{ °C}$  odporúča norma vzorec:

$$R_t = R_0 (1 + At + Bt^2 + C(t - 100)t^3) \quad (1)$$

A pre teploty nad nulou odporúča vzorec:

$$R_t = R_0 (1 + At + Bt^2) \quad (2)$$

Pričom hodnoty parametrov  $R_0$ ,  $A$ ,  $B$  sú pre obe rovnice zhodné.

Spojité veličiny je tak popísaná dvoma vzťahmi. Našťastie v mieste „zlomu“ pri 0 °C majú aspoň rovnakú hodnotu derivácie. Táto dualita je z fyzikálneho hľadiska nezmyselná a udržuje sa iba vďaka tomu, že je „zakonzervovaná“ v norme.

## Aproximácia vzťahu odpor – teplota

Príkladom takého vzťahu je napríklad rovnica (1). V podstate ide o parabolickú závislosť. Pretože smernica závislosti odporu od teploty je pri záporných teplotách mierne vyššia než pri kladných, bol pridaný korekčný člen.

Prakticky najdokonalejšou aproximáciou teplota – odpor je v súčasnosti ITS-90. Zložitosť tejto stupnice však nedovoľuje jej použitiu pri praktických meraniach a jej použitie je obmedzené len na najpresnejšie merania teploty v Národných metrologických inštitúciách.

To bol dôvod, prečo bol hľadaný vzťah, ktorý by v pomerne širokom rozsahu vystihoval teplotné chovanie odporu platinového snímača. Vychádzalo sa z toho, že prirodzenou funkciou pre tento prípad je parabola a treba nájsť vhodný korekčný člen, ktorý sa k nej pridá a bude platiť ako pre kladné, tak aj pre záporné teploty na rozdiel od rovnice (1). Boli vyskúšané rôzne matematické modely, z ktorých najlepšie vyhovovala logaritmická funkcia. Po určitých úpravách bol navrhnutý vzťah:

$$R_t = R_0 \left( 1 + At + Bt^2 + C \cdot \ln \left( 1 + \frac{t}{T_0} \right) \right) \quad (3)$$

$R_0$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sú parametre a  $T_0 = 273,15$ . Toto číslo zabezpečuje kladný argument logaritmu. Pretože vzťah (3) obsahuje parabolu a logaritmus, bude v článku ďalej používaná pracovná skratka *paralog*.

## Verifikácia vzťahu paralog

Obidva vzťahy boli testované na sérii hodnôt odpor – teplota, vygenerovaných pomocou škály ITS-90. Cez tieto body boli za použitia metódy najmenších štvorcov preložené funkcie (1) a (3). V dôsledku neprítomnosti náhodných chýb sa výraznejšie prejavili rozdiely medzi obidvoma vzťahmi. Jednotlivé testovacie body odpor – teplota sú uvedené v tabuľke 1.

**Tabuľka 1** Závislosť odporu snímača od teploty vygenerovaná pomocou ITS-90

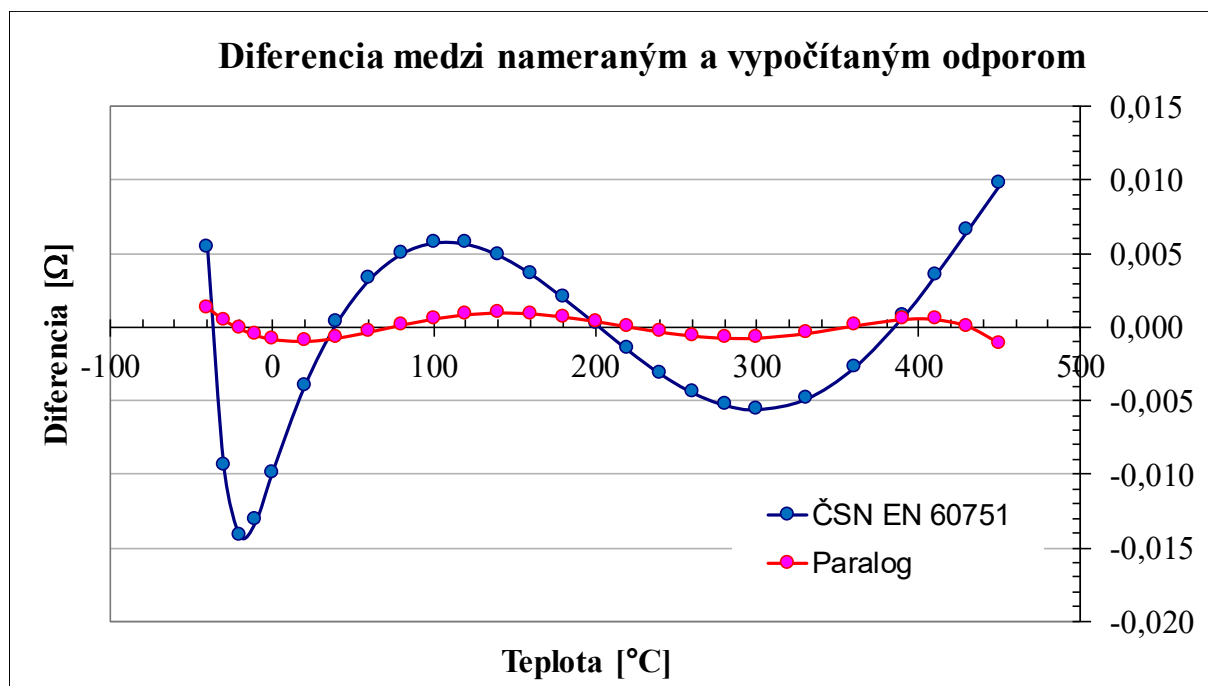
| $t$ [°C] | $R$ [Ω]  | $t$ [°C] | $R$ [Ω]  |
|----------|----------|----------|----------|
| -40      | 83,9438  | 180      | 169,8429 |
| -30      | 87,9754  | 200      | 177,3663 |
| -20      | 91,9945  | 220      | 184,8429 |
| -10      | 96,0014  | 240      | 192,2729 |
| 0        | 99,9960  | 260      | 199,6563 |
| 20       | 107,9487 | 280      | 206,9933 |
| 40       | 115,8530 | 300      | 214,2840 |

|     |          |     |          |
|-----|----------|-----|----------|
| 60  | 123,7090 | 330 | 225,1334 |
| 80  | 131,5171 | 360 | 235,8789 |
| 100 | 139,2773 | 390 | 246,5202 |
| 120 | 146,9898 | 410 | 253,5564 |
| 140 | 154,6548 | 430 | 260,5460 |
| 160 | 162,2724 | 450 | 267,4889 |

**Tabuľka 2** Vypočítané parametre rovníc (1) a (3)

|       | ČSN        | Paralog    |
|-------|------------|------------|
| $R_0$ | 100,00592  | 99,99687   |
| $A$   | 0,0039849  | 0,0039631  |
| $B$   | -5,855E-07 | -5,691E-07 |
| $C$   | -3,721E-11 | 0,0070431  |

V oboch prípadoch má parameter  $R_0$  význam odporu pri 0 °C. Parametre  $A$ ,  $B$  sú v oboch vzťahoch podobné, lebo v oboch prípadoch je základom parabolická závislosť. Parameter  $C$  je v prípade rovnice (1) veľmi malý, pretože musí vyvažovať až štvrtú mocninu teploty. Naopak pri funkcii *paralog* má „rozumnú“ hodnotu, pretože logaritmický člen sa prudko mení iba pri záporných hodnotách teploty a to práve v takom smere, aký potrebujeme. Pri vyšších hodnotách teploty sa mení už iba pomaly a teplotnú závislosť odporu ovplyvňuje veľmi málo. Cez „experimentálne“ body boli preložené obidve funkcie. Rezíduá možno vidieť na obrázku 1.



## Obr.1 Porovnanie vhodnosti vzťahu podľa ČSN a vzťahu „*paralog*“.

Na obrázku 1 sú porovnané obidve metódy. Jednotlivé body predstavujú odchýlky vypočítaných hodnôt od experimentu. Nakoľko nie sú prítomné náhodné chyby, odchýlky sú veľmi malé. Z priebehu grafu je vidieť, že funkcia *paralog* vyrovnáva experimentálne body oveľa lepšie pri záporných aj pri kladných teplotách. Je použiteľná vo veľkom rozsahu teploty. Dáva veľmi dobré výsledky aj pri snímačoch typu IPRT. Posledný problém, ktorý je potrebné vyriešiť, je otázka ako vypočítať zo meraného odporu teplotu. Riešenie je pomerne jednoduché. Teplota  $t^*$  zodpovedajúca nameranému odporu  $R_t$  sa ľahko vypočíta podľa iteračného vzťahu:

$$t^* = \frac{\left(\frac{R_t}{R_0} - 1\right) - Bt^{*2} - C \cdot \ln\left(1 + \frac{t^*}{T_0}\right)}{A} \quad t_{n+1} = t_n - \frac{\left(1 - \frac{R_t}{R_0}\right) + At_n + Bt_n^2 + C \cdot \ln\left(1 + \frac{t_n}{T_0}\right)}{A + 2Bt_n + \frac{C}{(t_n + T_0)}} \quad (4)$$

Kde jednotlivé členy vo vzťahu (4) sú parametre vypočítané z rovnice (3). Presnosť výpočtu obmedzuje iba neistota hodnôt parametrov.

## Záver

V článku bol navrhnutý vzťah pre interpoláciu medzi nameraným odporom a zodpovedajúcou teplotou Pt snímača. Vzťah bol verifikovaný v rozsahu teplôt od -40 °C do 450 °C a dobre vyrovnáva namerané údaje aj do nižších teplôt. Je použiteľný pre akýkoľvek Pt snímač. Vhodnosť vzťahu *paralog* bola demonštrovaná na porovnaní so vzťahom, ktorý odporúča norma [3]. Výsledky porovnania ukázali, že je vhodnejší, než vzorec z normy. Vyhovuje pre pomerne veľký teplotný rozsah, je popísaný jedinou funkciou a poskytuje oveľa menšie rezíduá. Možno ho použiť pre všetky platínové odporové snímače teploty, ktoré nevyžadujú striktné normovaný tvar funkcie.

## Abstract

### Approximation of the relation between resistance and temperature of Pt sensor

In the paper, a mathematical relationship for the resistance of the Pt sensor to the temperature is proposed. The relationship is applicable to both positive and negative temperatures. Unlike the mathematical model described in the standard ČSN EN 60751, it much better smoothing the resistance - temperature relationship.

## Literatúra

1. BIPM: Guide to the Realization of the ITS-90, Platinum Resistance Thermometry
2. Hunt L. B.: The Origin of the Platinum Resistance Thermometer, Platinum Metals Rev., 1980, 24, (3).
3. ČSN EN 60751: Průmyslové platínové odporové teploměry a platínové teplotní senzory.

4. Ďuriš, S., Ranostaj, J.: Metrológia teploty – kontaktné metódy merania, SMU 2002.
5. Inseok Yang, Chang Ho Song, Kee Sool Gam and Yong-Gyoo Kim: Long-term stability of standard platinum resistance thermometers in a range between 0.01 °C and 419.527 °C, Metrologia 49 (2012) 803–808.
6. Kryl J.: Tematická příloha - Mezinárodní teplotní stupnice 1990 (ITS -90), Metrologie 4/2008.
7. Preston-Thomas, H.: The International Temperature Scale of 1990 (ITS-90), Metrologia 27, 1990, s.3-10.
8. BIPM: Supplementary Information for the International Temperature Scale of 1990. BIPM, Sevres 1996.
9. Tematická příloha; Historie měření teploty, Metrologie 1/2018.